Pontificia Universidad Javeriana
Algebra Lineal
Juan Camilo Olaya F.

Ejercicio T.5pg 271 ⟨reference|Algebra Lineal Octava Edición Bernard Kolman⟩

Problema: Demuestre que una ecuación del plano que pasa por los puntos no colineales $P_1(a_1, b_1, c_1)$,$P_2(a_2, b_2, c_2)$ y $P_3(a_3, b_3, c_3)$ es :

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & c_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Solución:

- Que me dan: $P_1(a_1, b_1, c_1)$,$P_2(a_2, b_2, c_2)$ y $P_3(a_3, b_3, c_3)$ puntos no colineales.
- Que me piden: Demostrar que una ecuación del plano que pasa por los puntos no colineales mencionados anteriormente es :

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & c_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Demostración.

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & c_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

→ Si intercambiamos la primera fila del determinante por (a_1, b_1, c_1) tenemos:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & c_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

→ Ya que el determinante tiene dos filas iguales, entonces el determinante es igual a 0 por las propiedades de los determiantes, por la tanto se cumple para el punto $\mathrm{P}_1(a_1, b_1, c_1)$. En forma similar se tiene que (a_2, b_2, c_2) satisface la ecuación y los mismo sucede con (a_3, b_3, c_3).